



1 SISTEMA DE REFERENCIA

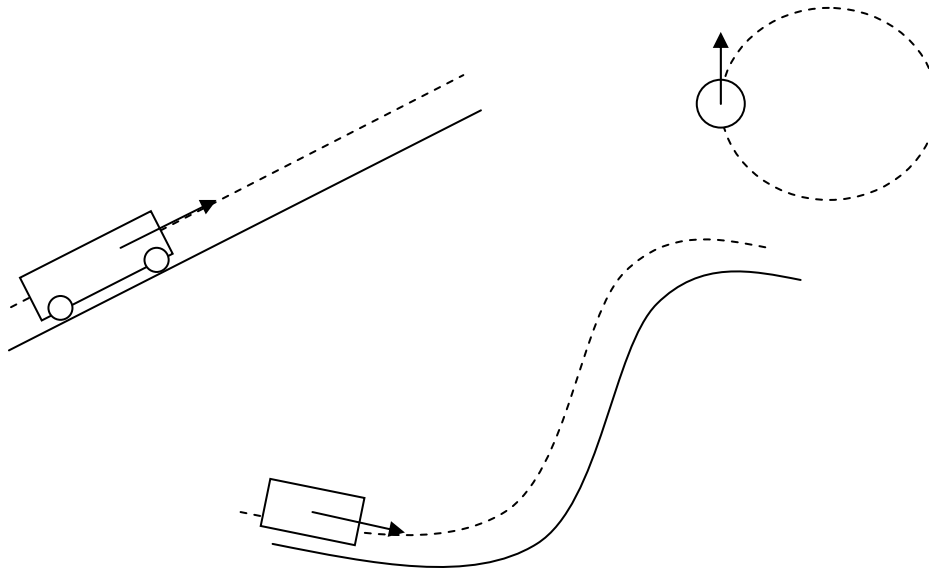
Cuando describimos el movimiento de un cuerpo, lo hacemos siempre tomando como referencia otros cuerpos que no se mueven o que, al menos en apariencia, así lo parece. Estos cuerpos constituyen el Sistema de Referencia.

Llamamos **Sistema de Referencia** a un punto o conjunto de puntos con relación al cual se describe el movimiento de un cuerpo.

Un cuerpo se mueve si cambia su posición respecto al sistema de referencia, en caso contrario decimos que está en reposo.

2 TRAYECTORIA

Llamamos trayectoria a la línea formada por los sucesivos puntos por los que pasa un móvil durante su movimiento. Dependiendo del tipo de trayectoria el movimiento puede ser **rectilíneo**, **curvilíneo** o **circular**:

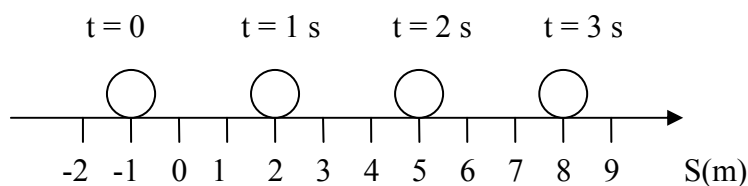


3 POSICIÓN, DESPLAZAMIENTO Y ESPACIO RECORRIDO

Llamamos **Posición (S)** de un móvil al punto que ocupa éste sobre la trayectoria en un momento dado. Su unidad, en el Sistema Internacional de Unidades, es el metro “**m**”.

Para determinar la posición de un móvil se fija primero un sistema de referencias y el origen de las posiciones ($S = 0$)

Observa la siguiente figura que representa el movimiento de un cuerpo. Sobre la trayectoria rectilínea se han indicado las posiciones ocupadas por el móvil en determinados instantes del tiempo.



Podemos recoger en una **tabla** la información representada en la figura:



Tiempo (s)	Posición (m)
0	-1
1	2
2	5
3	8

Cualquier movimiento implica la variación de la posición de un cuerpo respecto a un Sistema de Referencia que se supone en reposo.

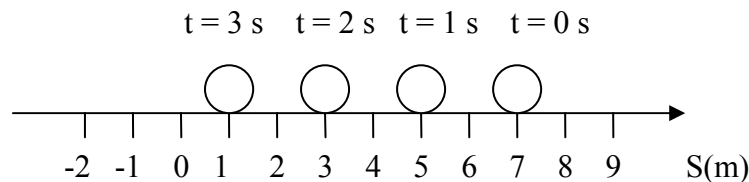
El **espacio recorrido** (e) por el móvil en un determinado intervalo de tiempo se puede determinar directamente sobre la trayectoria. En nuestro ejemplo anterior el móvil recorre 9 metros en 3 segundos.

El **desplazamiento** (ΔS) en un determinado intervalo de tiempo se calcula restando las posiciones final e inicial del movimiento:

$$\Delta S = S_{\text{final}} - S_{\text{inicial}}$$

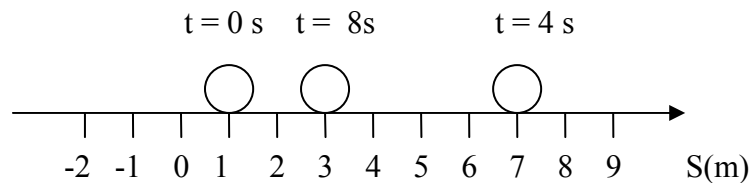
En nuestro ejemplo: $\Delta S = S_{\text{final}} - S_{\text{inicial}} = 8 - (-1) = 9 \text{ m}$

El espacio recorrido se considera siempre positivo pero el desplazamiento si puede ser negativo. Ejemplo:



En este ejemplo el móvil se mueve de derecha a izquierda, en sentido contrario al sentido positivo de las posiciones. Recorre 6 metros ($e = 6 \text{ m}$) y el desplazamiento resulta ser: $\Delta S = S_{\text{final}} - S_{\text{inicial}} = 1 - 7 = -6 \text{ m}$

El desplazamiento no siempre coincide numéricamente con el espacio recorrido. Por ejemplo:



En este ejemplo el móvil se mueve de la posición $S = 1 \text{ m}$ a la posición $S = 7 \text{ m}$ en 4 segundos y luego regresa sobre sus pasos, terminando el movimiento en la posición $S = 3 \text{ m}$ a los 8 segundos. Veamos el espacio recorrido y el desplazamiento:


$$e = 10 \text{ m} (6 + 4)$$
$$\Delta S = S_{\text{final}} - S_{\text{inicial}} = 3 - 1 = 2 \text{ m}$$

4 VELOCIDAD

La velocidad de un móvil representa la rapidez con que cambia su posición sobre la trayectoria. Llamaremos **velocidad media** (V_m) al cociente entre la distancia recorrida por el móvil sobre la trayectoria en un intervalo de tiempo y el valor de dicho intervalo:

$$V_m = \frac{e}{t}$$

La unidad de medida de la velocidad en el Sistema Internacional de Unidades es el metro por segundo (**m/s**), pero con frecuencia se emplea el kilómetro por hora (**km/h**)

	FÍSICA Y QUÍMICA 4º ESO Apuntes: Descripción de los movimientos	3(19)
	Autor: Manuel Díaz Escalera (http://www.fgdiazescalera.com) Colegio Sagrado Corazón, Sevilla (España)	

Ejemplo 1 Un atleta recorre 100 metros en 12 segundos. Determina la velocidad media en m/s y en km/h

Si el intervalo de tiempo que utilizamos para hallar la velocidad media lo suponemos muy corto, la velocidad media en ese intervalo se convierte en la velocidad instantánea en ese punto.

Llamamos **velocidad instantánea (V)** al valor de la velocidad del móvil en un instante determinado. Observa que la velocidad media se define en un intervalo de tiempo y la velocidad instantánea en un instante de tiempo concreto.

Ejemplo 2 El movimiento de un cuerpo está representado por los datos recogidos en la siguiente tabla:

Posición (m)	- 4	0	4	8	12	16	20	24
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6	7

Determina el espacio recorrido, el desplazamiento y la velocidad media en el intervalo de 0 a 7 segundos.

Ejercicio 1 El movimiento de un cuerpo está representado por los datos recogidos en la siguiente tabla:

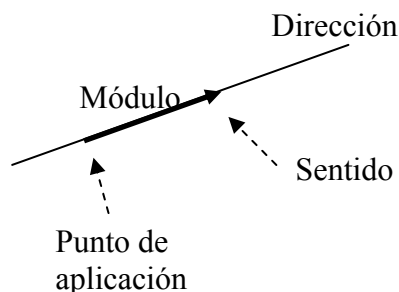
Posición (m)	- 10	5	20	35	50	65
Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5

Determina el espacio recorrido, el desplazamiento y la velocidad media en el intervalo de 0 a 5 segundos.

Ejercicio 2 Un coche recorre 25 km metros en 22 minutos. Determina la velocidad media en m/s y en km/h

Para representar la velocidad sobre el móvil se emplea un **vector** (una flecha). Los elementos de un vector son:

- Módulo: valor numérico de la magnitud que representa y que viene indicado por la longitud del vector.
- Dirección: línea recta sobre la que se dibuja el vector
- Sentido: se indica mediante la punta de la flecha con que se representa el vector. Cada dirección tiene dos sentidos.
- Punto de aplicación: es el punto de origen del vector



5 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME

El movimiento rectilíneo uniforme, abreviadamente **MRU**, es un movimiento cuya trayectoria es rectilínea y cuya velocidad es constante. Un cuerpo con MRU recorre espacios iguales en tiempos iguales.

Podemos expresar matemáticamente el comportamiento de un móvil que se desplaza con un MRU con una ecuación matemática que relacione posición (S), tiempo (t) y velocidad (V). Esta ecuación constituye la **ecuación del MRU**: $S = S_0 \pm V(t - t_0)$

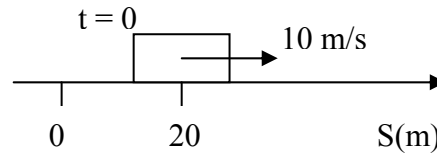
Siendo S_0 la posición en el instante t_0 (las condiciones iniciales del movimiento) Normalmente comenzamos a medir el tiempo en el instante $t_0 = 0$ s y la ecuación queda: $S = S_0 \pm V.t$

El movimiento puede ser en el sentido positivo de las posiciones (el signo “+”) o en el sentido negativo de las posiciones (el signo “-“)

Con la ecuación de movimiento se puede determinar la posición de un móvil conociendo el tiempo o el tiempo conociendo la posición.



Ejemplo 3 Escribe la ecuación de movimiento y calcula: a) El tiempo que tarda en recorrer 35 m; b) El tiempo que tarda en pasar por la posición $S = 45$ m; c) Posición, espacio recorrido y desplazamiento a los 5 segundos.



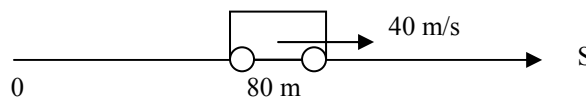
Ejemplo 4 El movimiento de un cuerpo queda determinado por la siguiente ecuación: $S = 120 - 40.t$. Calcula: a) La posición a los 20 segundos; b) El tiempo que tarda en pasar por la posición $S = 0$; c) El tiempo que tarda en recorrer 100 metros.

Ejemplo 5 Un coche que se desplaza en línea recta a la velocidad constante de 60 km/h se encuentra en el km 20 de la carretera en el instante $t = 0$. a) Calcula en qué km se hallará al cabo de 4 horas; b) Calcula el espacio recorrido en media hora; c) Calcula cuanto tiempo tardará en llegar al km 250.

Ejemplo 6 Un coche pasa a las 8 :00 h por el km 60 de la carretera a 80 km/h y, 2 horas más tarde, pasa por el mismo punto otro coche a 100 km/h, en el mismo sentido que el primer coche. Ambos mantienen la velocidad constante. Calcula el tiempo que tardan los coches en encontrarse y la distancia recorrida.

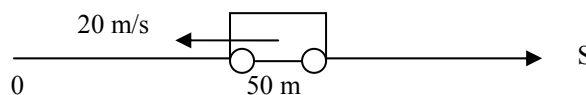
Ejercicio 3 La ecuación de un movimiento es: $S = 60 - 10t$; Calcula: a) El tiempo tarda en pasar por el origen; b) El tiempo tarda en recorrer 100 metros; c) La posición a los 2 minutos.

Ejercicio 4 La figura representa la situación inicial de un automóvil.



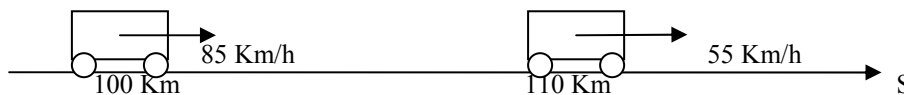
Calcula: a) Ecuación de movimiento; b) Posición y velocidad a los 10 segundos; c) Espacio recorrido de 0 a 10 segundos.

Ejercicio 5 La figura representa la situación inicial de un automóvil.



Calcula: a) Ecuación del movimiento; b) Posición y velocidad a los 6 segundos; c) El tiempo que tarda en pasar por el origen ($S = 0$)

Ejercicio 6 La figura representa la situación inicial de dos automóviles:



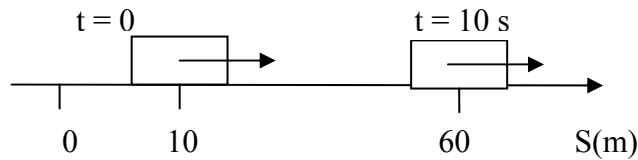
a) Escribe las ecuaciones de movimiento; b) Calcula el tiempo que tardan en encontrarse los dos coches y la posición en ese instante; c) Calcula el tiempo que tardan los dos automóviles en separarse 25 Km

5.1 GRÁFICAS DEL MRU

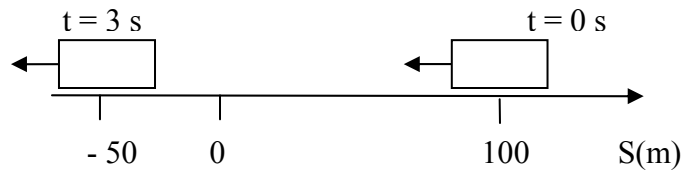
Una forma de estudiar los movimientos es representar las gráficas posición-tiempo y velocidad-tiempo. En el caso del MRU se obtendrá una línea recta para la gráfica posición-tiempo y una línea recta horizontal para la gráfica velocidad-tiempo.



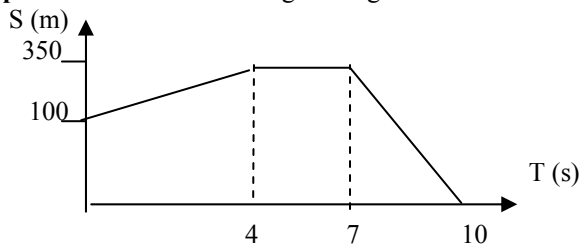
Ejemplo 7 Dado el siguiente movimiento uniforme escribe su ecuación de movimiento y representa las gráficas Posición-tiempo y Velocidad-Tiempo



Ejemplo 8 Dado el siguiente movimiento uniforme escribe su ecuación de movimiento y representa las gráficas Posición-tiempo y Velocidad-Tiempo

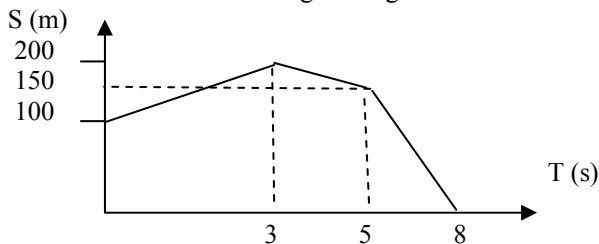


Ejemplo 9 Un coche tiene la siguiente gráfica S-T:



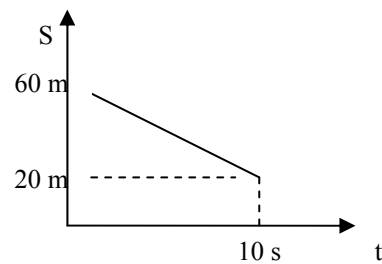
a) Calcula la velocidad y el espacio recorrido en cada tramo; b) Dibuja la gráfica V-T


Ejercicio 7 Un coche tiene la siguiente gráfica S-T:



a) Calcula la velocidad y el desplazamiento en cada tramo; b) Dibuja la gráfica V-T

Ejercicio 8 Observa la gráfica S-T y a partir de ella determina: a) Velocidad, b) ecuación de movimiento, c) posición a los 4 segundos y d) desplazamiento a los 10 segundos



	FÍSICA Y QUÍMICA 4º ESO Apuntes: Descripción de los movimientos	6(19)
	Autor: Manuel Díaz Escalera (http://www.fgdiazescalera.com) Colegio Sagrado Corazón, Sevilla (España)	

6 ACELERACIÓN

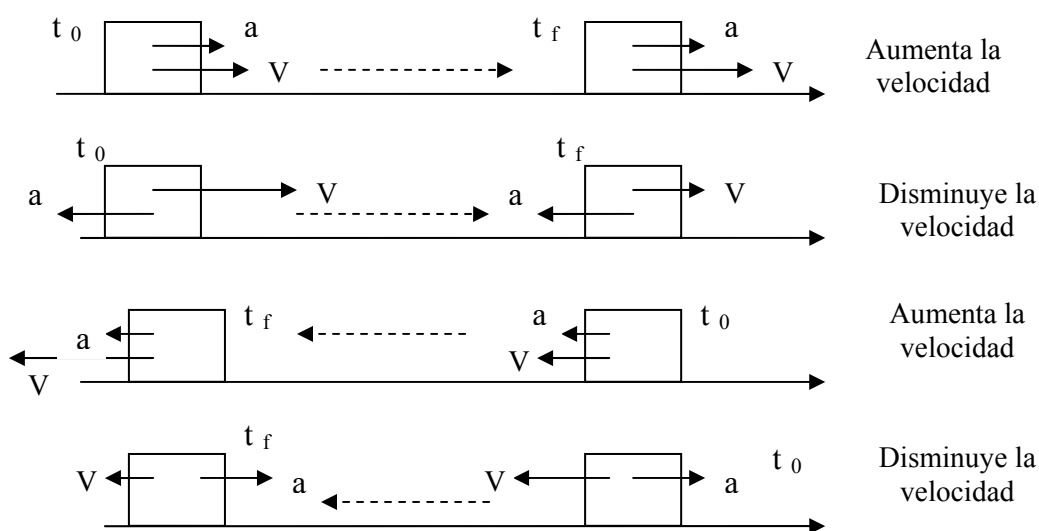
Cuando la velocidad de un móvil varía decimos que hay aceleración. Como la velocidad es un vector, podemos decir que un móvil tiene aceleración:

- Siempre que aumenta o disminuye el módulo de la velocidad
- Cuando cambia de dirección el vector velocidad.

Si cambia el módulo del vector velocidad podemos determinar el valor de la aceleración dividiendo la variación de la velocidad por el intervalo de tiempo: $A = \frac{\Delta V}{t}$

Llamamos **aceleración (A)** a la variación de la velocidad por unidad de tiempo. La unidad de la aceleración en el Sistema Internacional de Unidades es el metro por segundo al cuadrado (m/s^2)

La aceleración, igual que la velocidad, es una **magnitud vectorial** y para representarla emplearemos un vector. Si la velocidad y la aceleración tienen el mismo sentido el móvil aumenta la velocidad y si la aceleración y la velocidad tienen distinto sentido el móvil disminuye la velocidad.




Ejemplo 10 Determina la aceleración



Ejemplo 11 Un coche que circula a 60 km/h acelera y logra una velocidad de 90 km/h en medio minuto. Determina la aceleración en m/s^2

Ejercicio 9 Un coche acelera desde el reposo y logra una velocidad de 90 km/h en 10 segundos. Calcula la aceleración en m/s^2

Ejercicio 10 Un coche que circula a 80 km/h, frena y reduce su velocidad a 40 km/h en 14 segundos. Calcula la aceleración en m/s^2

	FÍSICA Y QUÍMICA 4º ESO Apuntes: Descripción de los movimientos	7(19)
	Autor: Manuel Díaz Escalera (http://www.fgdiazescalera.com) Colegio Sagrado Corazón, Sevilla (España)	

6.1 MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE ACELERADO

Llamamos Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado, abreviadamente **MRUA**, al movimiento cuya trayectoria es una línea recta y cuya aceleración es constante.

Que la aceleración sea constante significa que la variación de la velocidad es constante. Por ejemplo: Si la aceleración es 2 m/s^2 , cada segundo la velocidad aumenta o disminuye en 2 m/s (aumenta si la velocidad y la aceleración tienen el mismo sentido y disminuye si tienen sentido contrario).

En el MRUA ya no se recorren espacios iguales en tiempos iguales.

- Si la velocidad aumenta, aumenta el espacio recorrido
- Si la velocidad disminuye, disminuye el espacio recorrido.

Ecuaciones del MRUA:

$$S = S_0 \pm V_0(t - t_0) \pm \frac{1}{2} a(t - t_0)^2$$

$$V = V_0 \pm a(t - t_0)$$

Siendo “ S_0 ” y “ V_0 ” la posición y la velocidad en el instante inicial t_0 y “ a ” la aceleración. En general $t_0 = 0$ y queda:

$$S = S_0 \pm V_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

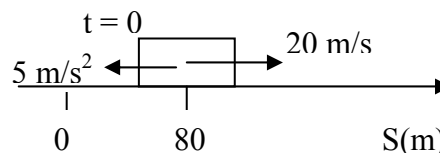
$$V = V_0 \pm a \cdot t$$

La velocidad inicial y la aceleración pueden ser en el sentido positivo de las posiciones (el signo “+”) o en el sentido negativo de las posiciones (el signo “-“)

Si el móvil no cambia de sentido se puede emplear la siguiente ecuación: $V^2 = V_0^2 \pm 2 \cdot a \cdot e$

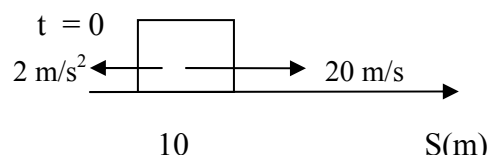
Siendo “ e ” el espacio recorrido.

Ejemplo 12 Escribe las ecuaciones de movimiento y calcula: a) posición y velocidad a los 2 segundos, b) el tiempo que tarda en detenerse, c) el tiempo que tarda en pasar por el origen y d) el espacio recorrido en ese último caso.



Ejemplo 13 Un coche que se desplaza en línea recta a la velocidad de 60 km/h acelera y logra una velocidad de 80 km/h en 1 minuto. Calcula: a) aceleración del coche y b) espacio recorrido en ese tiempo.

Ejercicio 11 Determina posición y velocidad a los 20 segundos y el espacio recorrido en ese intervalo de tiempo.



Ejercicio 12 Un coche parte del reposo, con una aceleración positiva de 4 m/s^2 , desde la posición $S = 100 \text{ m}$. Calcula: a) Ecuaciones de movimiento; b) Posición y velocidad a los 5 segundos; c) Espacio recorrido de 0 a 5 segundos.

Ejercicio 13 Un coche marcha a 55 Km/h mientras que atraviesa un pueblo. Al salir de él, el conductor acelera hasta que su cuentakilómetros marca 85 Km/h , lo cual ocurre en 2 minutos. Calcula: a) la aceleración en esos 2 minutos; b) El espacio recorrido en este tiempo



Ejercicio 14 Un coche corre con una rapidez de 60 km/h. Frena y logra detenerse tras recorrer 190 metros. ¿Cuál es su aceleración?

Ejercicio 15 La velocidad de un coche que viaja por una carretera se reduce uniformemente desde 70 Km/h hasta 50 Km/h, en una distancia de 150 m.

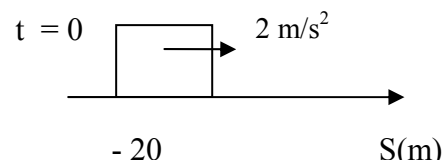
- a) ¿Cuánto tiempo ha empleado el coche en esa disminución de la velocidad?
b) Suponiendo que el coche sigue frenando, ¿cuánto tiempo tardará en pararse y qué distancia total habrá recorrido?

Ejercicio 16 Un primer coche parte del reposo, con una aceleración positiva de 4 m/s^2 , desde la posición $S = -100 \text{ m}$. Otro coche sale, 14 segundos más tarde, de la posición $S = 900 \text{ m}$ con una velocidad positiva constante de 20 m/s . Calcula: a) Ecuaciones de movimiento; b) El tiempo que tardan en encontrarse los dos coches. c) Posición y velocidad de los coches cuando se encuentran.

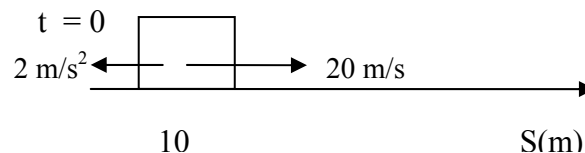
6.2 GRÁFICAS DEL MRUA

En el caso del MRUA se obtendrá una curva para la gráfica posición-tiempo, una línea recta para la gráfica velocidad-tiempo y una línea recta horizontal para la gráfica aceleración-tiempo.

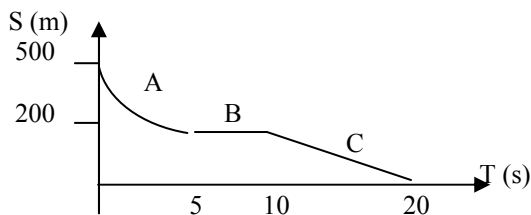
Ejemplo 14 Representa las gráficas posición-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo



Ejemplo 15 Representa las gráficas posición-tiempo, velocidad-tiempo y aceleración-tiempo

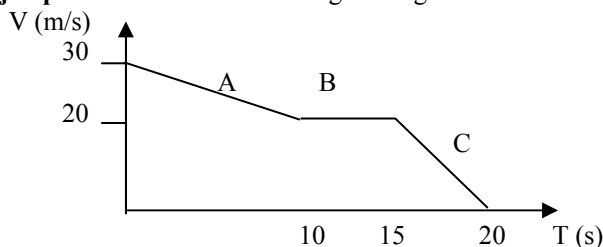


Ejemplo 16 Un coche tiene la siguiente gráfica S-T:



- a) Calcula en cada tramo del movimiento: el espacio recorrido, la velocidad media y el desplazamiento.
b) Dibuja las gráficas velocidad-tiempo y aceleración-tiempo.

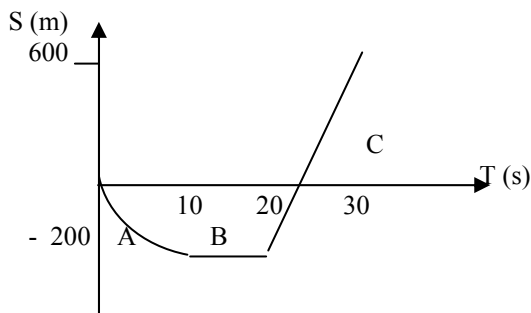
Ejemplo 17 Un coche tiene la siguiente gráfica V-T:



- a) Dibuja la gráfica A-T correspondiente.
b) Calcula en cada tramo del movimiento la aceleración media.

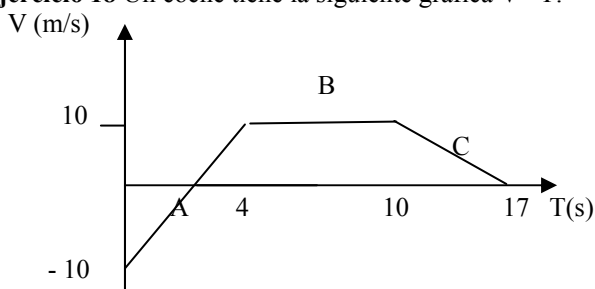


Ejercicio 17 Un coche tiene la siguiente gráfica S –T:



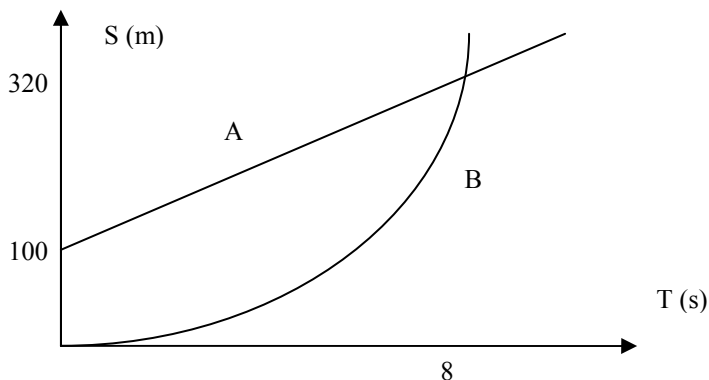
- a) Calcula en cada tramo del movimiento: el espacio recorrido, la velocidad media y el desplazamiento.
- b) Dibuja las gráficas velocidad-tiempo y aceleración-tiempo.

Ejercicio 18 Un coche tiene la siguiente gráfica V –T:

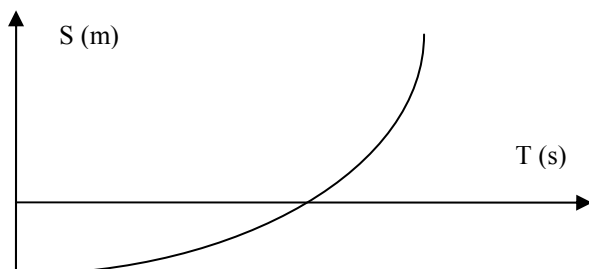



- a) Dibuja la gráfica A – T correspondiente.
- b) Calcula en cada tramo del movimiento la aceleración media.

Ejercicio 19 Las gráficas de la figura representan los movimientos de dos ciclistas por una carretera recta.
a) Indica el tipo de movimiento de cada uno, b) calcula el desplazamiento y el espacio recorrido por cada ciclista hasta que se encuentran.

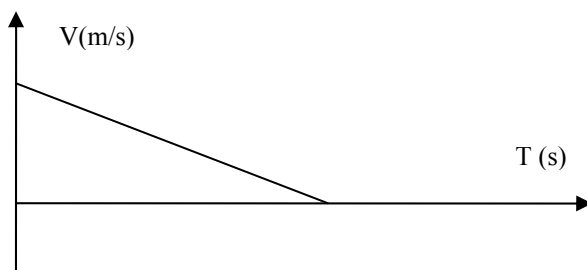


Ejercicio 20 La siguiente gráfica corresponde al movimiento de un coche que se mueve por una carretera de montaña. Indica la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones: a) Se trata de un movimiento uniforme, b) el coche asciende por la carretera, c) aumenta la velocidad



	FÍSICA Y QUÍMICA 4º ESO Apuntes: Descripción de los movimiento	10(19)
	Autor: Manuel Díaz Escalera (http://www.fgdiazescalera.com) Colegio Sagrado Corazón, Sevilla (España)	

Ejercicio 21 La siguiente gráfica corresponde a un coche que se mueve por una carretera. Indica la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones: a) Se trata de un movimiento acelerado, b) se trata de un movimiento rectilíneo, c) la aceleración es positiva.



6.3 LOS AUTOMÓVILES Y LA DISTANCIA DE SEGURIDAD

El código de circulación dice: “Todo conductor de un vehículo que circule detrás de otro deberá dejar entre ambos un espacio libre, denominado distancia de seguridad que le permita detenerse, en caso de frenazo brusco, sin colisionar con él”. Para calcular la distancia de seguridad es necesario tener en cuenta dos factores:

El tiempo de reacción: desde que el conductor percibe la necesidad de frenar hasta que pisa el freno transcurren unos 0’4 segundos. Por supuesto la edad, el cansancio y el alcohol influyen en el tiempo de reacción.

El tiempo de frenado: es el tiempo que el coche necesita para frenar. En circunstancias normales un coche frena disminuyendo la velocidad a razón de 9 m/s por segundo ($a = 9 \text{ m/s}^2$) Las condiciones de la carretera y el estado de conservación de los neumáticos influyen en el tiempo de frenado.

Supongamos que un coche circula a 72 km/h. La distancia total de frenado será:

En primer lugar calculamos la distancia recorrida por el coche durante los 0’4 segundos que tarda en reaccionar el conductor: $72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s} \rightarrow e = v \cdot t = 20 \cdot 0'4 = 8 \text{ metros}$

En segundo lugar calculamos la distancia recorrida por el coche durante el tiempo que el conductor pisa el freno: $V^2 = V_0^2 - 2ae \rightarrow 0 = 20^2 - 2 \cdot 9 \cdot e \rightarrow e = 22'2 \text{ metros}$

Por lo tanto necesita $8 + 22'2 = 30'2 \text{ metros}$ para detenerse

Ejercicio 22 Calcula la distancia que necesita un coche para frenar si circula a 100 km/h suponiendo un tiempo de reacción de a) 0’4 segundos y b) 0’7 segundos

7 LA CAÍDA LIBRE Y EL LANZAMIENTO VERTICAL

Si se deja caer un cuerpo desde una cierta altura o si se lanza verticalmente, el cuerpo experimenta la **aceleración de la gravedad**: $g = 9'8 \text{ m/s}^2$

Las ecuaciones del movimiento son las del MRUA:

Lanzamiento vertical desde el suelo:

$$S = V_0 \cdot t - \frac{1}{2} 9'8 \cdot t^2$$

$$V = V_0 - 9'8 \cdot t$$

Lanzamiento vertical desde una cierta altura h:

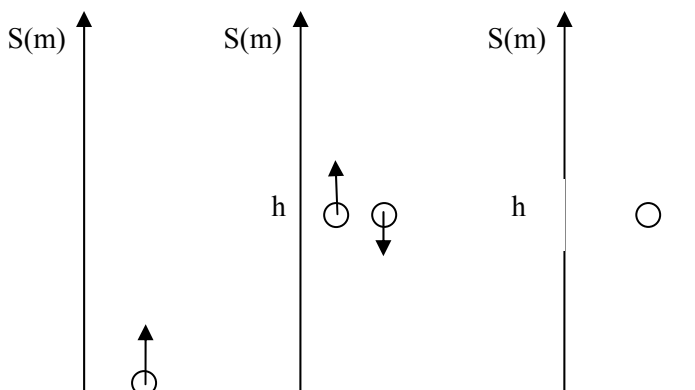
$$S = h \pm V_0 \cdot t - \frac{1}{2} 9'8 \cdot t^2$$


$$V = \pm V_0 - 9'8 \cdot t$$

Un cuerpo se deja caer desde una cierta altura:

$$S = h - \frac{1}{2} 9'8 \cdot t^2$$

$$V = - 9'8 \cdot t$$



	FÍSICA Y QUÍMICA 4º ESO Apuntes: Descripción de los movimientos	11(19)
	Autor: Manuel Díaz Escalera (http://www.fgdiazescalera.com) Colegio Sagrado Corazón, Sevilla (España)	

Ejemplo 18 Un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba desde el suelo con una velocidad inicial de 25 m/s. Determina la altura máxima que alcanza el móvil.

Ejemplo 19 Para calcular la altura de una torre, dejamos caer un objeto desde lo alto y medimos el tiempo que tarda en llegar al suelo. Si sabemos que el objeto tarda 4'6 segundos en llegar al suelo, calcula la altura de la torre.

Ejercicio 23 Se deja caer un objeto desde una cierta altura, tardando 3'25 segundos en llegar al suelo. Calcula la altura desde la que se dejó caer y la velocidad con que llega al suelo.

Ejercicio 24 Una pelota es arrojada verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 20 m/s. Calcula: a) La altura máxima alcanzada; b) El tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad de la pelota; c) El espacio total recorrido

Ejercicio 25 Una pelota es arrojada verticalmente hacia arriba desde una altura de 80 metros con una velocidad inicial de 40 m/s. Calcula: a) La altura máxima alcanzada; b) El tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad de la pelota; c) El espacio total recorrido

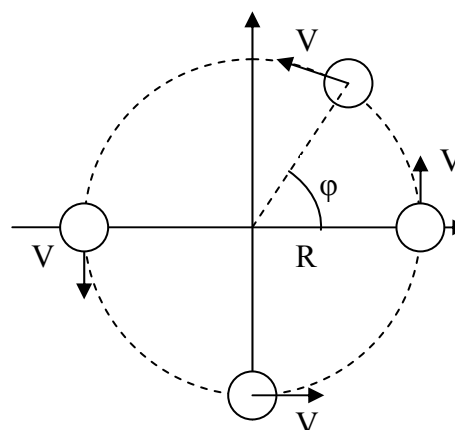
Ejercicio 26 Se deja caer una piedra desde una altura de 90 m. Simultáneamente, otra piedra es arrojada verticalmente hacia arriba desde el suelo con una velocidad inicial de 40 m/s. Calcula: a) Ecuaciones de movimiento; b) El tiempo que tardan en encontrarse y su velocidad; c) El espacio recorrido por cada piedra en el momento de encontrarse.

Ejercicio 27 Cae una maceta desde una ventana y tarda 3'5 segundos en llegar al suelo. Calcula la altura de la ventana respecto al suelo y la velocidad de la maceta al llegar al suelo.

8 MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Un móvil se desplaza con **MCU** cuando su trayectoria es un círculo y su velocidad (en módulo) es constante. En el movimiento circular la dirección del vector velocidad cambia constantemente (ver figura).

Dado que la posición en un MCU se repite periódicamente, es posible estudiar dicho movimiento en función de magnitudes periódicas.



Período (T)

El período (T) es el tiempo que tarda el móvil en dar una vuelta completa. Se mide en segundos en el S.I.

La frecuencia (f)

La frecuencia (f) es el número de vueltas por unidad de tiempo. Su unidad en el S.I. será 1/s y se denomina **herzio (Hz)**

El período es la inversa de la frecuencia: $T = 1/f$

Por ejemplo, si el período vale 0'5 s, la frecuencia vale $1/0'5 = 2$ Hz. Esto quiere decir que el móvil tarda medio segundo en dar una vuelta completa ($T = 0'5$ s) y que, por tanto, da dos vueltas completas cada segundo ($f = 2$ Hz)

Velocidad angular (ω)

Llamamos velocidad angular (ω) al ángulo girado (ϕ) por el radio en que se sitúa el móvil en un intervalo de tiempo:



$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Podemos decir que un MCU es aquel cuya trayectoria es una circunferencia y que transcurre con velocidad angular constante. La unidad de la velocidad angular es **radianes por segundo (rad/s)**

La relación entre grados y radianes es: $360^\circ = 2\pi$ radianes

Por ejemplo, un objeto que describe un MCU con una velocidad angular de π rad/s da media vuelta cada segundo (π rad = 180° , media vuelta)

Si consideramos que el ángulo descrito en una vuelta completa es 2π y que el tiempo que tarda en describirla es el período T, obtenemos la siguiente relación:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Otra unidad muy utilizada para la frecuencia es la **revolución por minuto (rpm)** Una revolución por minuto es una vuelta completa, 2π , en un minuto.

La frecuencia en Hz es el número de vueltas por segundo, es decir, el número de **revoluciones por segundo (rps)**

Conversión de unidades:

- Para pasar de rad/s a rps o de rps a rad/s se emplea la expresión: $\omega = 2\pi f$
- Para pasar de rpm a rps se divide por 60
- Para pasar de rps a rpm se multiplica por 60.

Ejemplo 20 Completa la siguiente tabla

	Rad/s	rps	rpm
a)	π		
b)		2	
c)			15

Ejercicio 28 Completa la siguiente tabla:

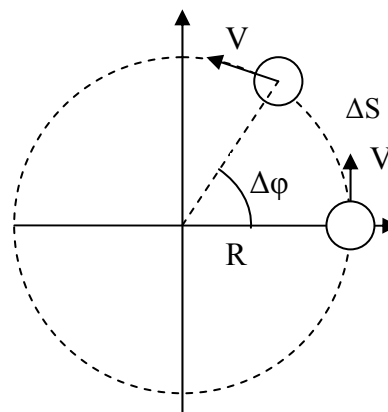
	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Rad/s	$\pi/4$			3π		$3\pi/4$
Rps		5			3	
Rpm			90			

8.1 Velocidad en el MCU

Una partícula se desplaza de A a B, recorriendo una distancia ΔS en un tiempo Δt y siendo $\Delta\varphi$ la variación del ángulo descrito por el radio en que se sitúa el móvil.

Si el ángulo se mide en radianes, el espacio recorrido se calcula con la expresión: $\Delta S = \Delta\varphi \cdot R$
Dividiendo por el tiempo Δt :

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} R \rightarrow v = \omega \cdot R$$





Esta expresión relaciona la velocidad lineal del móvil (V) con la velocidad angular (ω) del radio en que se sitúa el móvil.

Ejemplo 21 Una piedra atada al extremo de una cuerda de 80 cm describe un MCU y da 2 vueltas por segundo. Calcula: a) periodo y frecuencia, b) velocidad angular y c) velocidad.

Ejercicio 29 Un móvil que describe un MCU de 4 metros de radio da 4 vueltas por segundo. Calcula: a) El periodo y la frecuencia; b) La velocidad angular en rad/s; b) La velocidad en m/s

Ejercicio 30 Un móvil que describe un MCU de 2'5 metros de radio da 45 vueltas por minuto. Calcula: a) El periodo y la frecuencia; b) La velocidad angular en rad/s; b) La velocidad en m/s

8.2 Ecuación del MCU

La ecuación del MCU se deduce de la definición de velocidad angular:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \rightarrow \Delta\varphi = \omega \Delta t \rightarrow \varphi = \varphi_0 + \omega(t - t_0)$$

Obsérvese la analogía entre esta ecuación y al del MRU: $S = S_0 \pm V \cdot (t - t_0)$

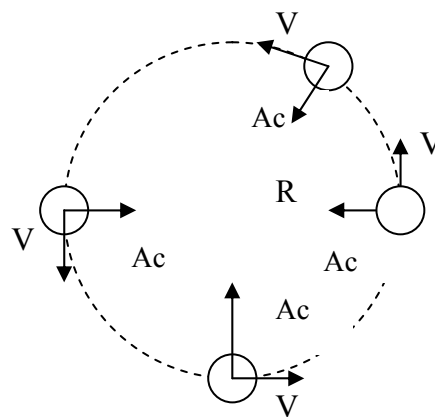
8.3 Aceleración centrípeta

Un cuerpo sólo puede moverse siguiendo una trayectoria circular si hay una aceleración que le obliga cambiar constantemente la dirección del vector velocidad. Este cambio de la dirección de la velocidad se mide mediante la **aceleración centrípeta** o aceleración normal, A_c , cuyo valor se puede calcular con la expresión:

$$A_c = \frac{V^2}{R}$$

Siendo V el módulo del vector velocidad y R el radio de la trayectoria circular.

El vector aceleración centrípeta es perpendicular al vector velocidad en cada punto y apunta al centro de la trayectoria circular.



Ejemplo 22 Una rueda de 0'4 m de radio describe una vuelta completa en 0'2 segundos. Calcula: a) la distancia recorrida por un punto de la periferia en este tiempo; b) velocidad y aceleración de dicho punto.

Ejercicio 31 Un objeto tiene un movimiento circular uniforme de 2 metros de radio y una frecuencia de 0'5 Hz. a) Calcula la aceleración del objeto; b) Calcula el espacio recorrido en 20 s.

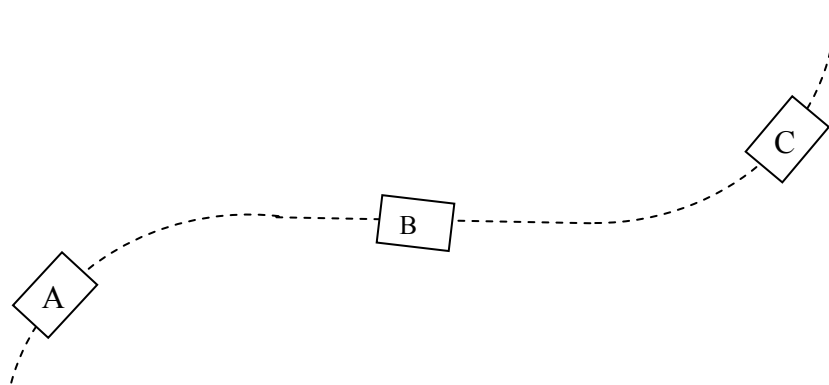
Ejercicio 32 Un ciclista da vueltas en un velódromo circular de 55 m de radio con una velocidad constante de 22 km/h. Calcula: a) La velocidad angular en rad/s; b) La aceleración centrípeta que actúa sobre la bicicleta; c) El tiempo que tarda en dar 4 vueltas.

Ejercicio 33 La ecuación de un movimiento circular de 2 metros de radio es: $\alpha = \pi + \pi t/2$
Calcula: a) El ángulo a los 6 segundos; b) La velocidad del móvil; c) La aceleración.



Ejercicio 34 Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones: a) En un movimiento circular uniforme la aceleración es cero, b) En un movimiento circular uniforme se recorren espacios iguales en tiempos iguales y c) el ángulo girado es proporcional a la velocidad angular

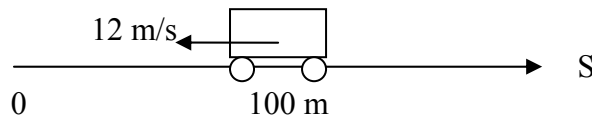
Ejercicio 35 La siguiente figura representa la trayectoria de un coche de carreras que recorre un circuito plano. Dibuja los vectores velocidad y aceleración en los puntos A, B y C



Ejercicio para trabajar en casa:

MRU

Ejercicio 1 La figura representa la situación inicial de un automóvil.



Calcula: a) Ecuación del movimiento; b) Posición y velocidad a los 4'5 segundos; c) El tiempo que tarda en pasar por la posición $S = -20$ m.

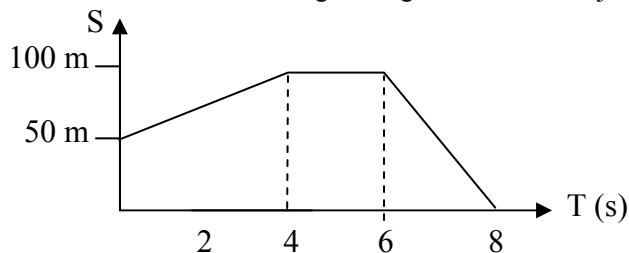
Ejercicio 2 El movimiento de un cuerpo viene descrito por los siguientes datos:

Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Posición (m)	-20	-15'5	-11	-6'5	-2	2'5	7	11'5	16

Calcula: a) Ecuación de movimiento; b) Posición para $t = 12$ s; c) Espacio recorrido en los primeros 5 segundos; d) Desplazamiento de $t = 2$ a $t = 4$ s

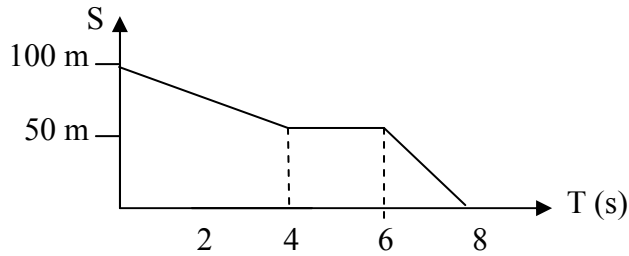
Ejercicio 3 Escribe la ecuación de movimiento de un caminante que, estando a 30 metros a la izquierda del origen, se mueve hacia la derecha con velocidad de 1'5 m/s. ¿Qué tiempo necesita para pasar por un punto situado 12 metros a la derecha del origen?

Ejercicio 4 Un coche tiene la siguiente gráfica $S-T$. Dibuja las gráfica $V-T$

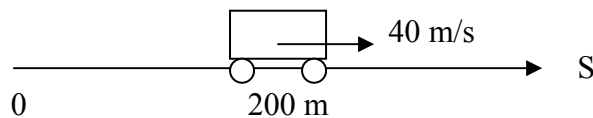




Ejercicio 5 Un coche tiene la siguiente gráfica S – T. Dibuja las gráficas V – T



Ejercicio 6 La figura representa la situación inicial de un automóvil.

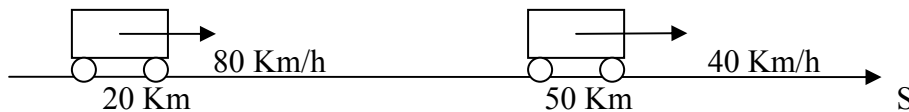


Calcula: a) Ecuación del movimiento, b) Posición y velocidad a los 6 segundos., c) Espacio recorrido de 0 a 6 segundos.

Ejercicio 7 La ecuación de un movimiento es: $S = 80 - 5t$

a) ¿Qué tiempo tarda en pasar por el origen?; b) ¿Qué tiempo tarda en recorrer 30 metros?

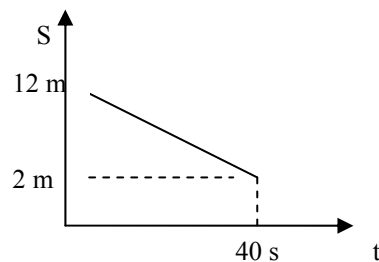
Ejercicio 8 La figura representa la situación inicial de dos automóviles:



a) Escribe las ecuaciones de movimiento; b) Calcula el tiempo (en minutos) que tardan en encontrarse los dos coches y la posición en ese instante; c) Calcula el tiempo que tardan los dos automóviles en separarse 40 Km

Ejercicio 9 Observa la gráfica S – T y a partir de ella determina:

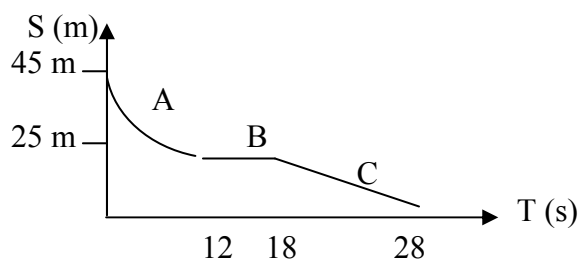
- La ecuación de movimiento.
- La posición a los 12 segundos.
- El desplazamiento y el espacio recorrido a los 40 segundos



MRUA

Ejercicio 10 Calcula la aceleración media de un vehículo que varía su velocidad desde 60 Km/h hasta 90 km/h en 1 minuto siguiendo una trayectoria recta.

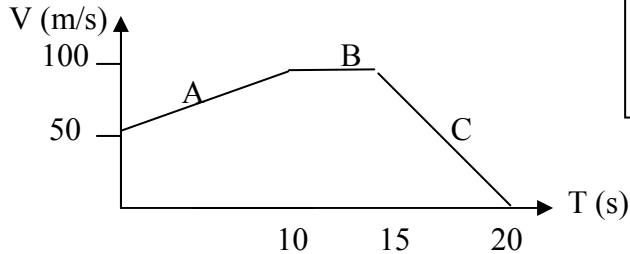
Ejercicio 11 Un coche tiene la siguiente gráfica S – T:



- Dibuja las gráficas V – T y A – T correspondientes.
- Calcula en cada tramo del movimiento: el espacio recorrido, la velocidad media y el desplazamiento.



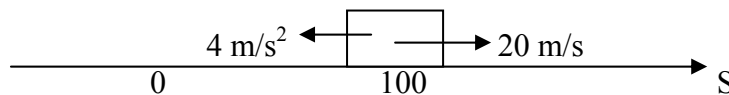
Ejercicio 12 Un coche tiene la siguiente gráfica V – T:



- a) Dibuja la gráfica A – T correspondiente.
b) Calcula en cada tramo del movimiento la aceleración media.

Ejercicio 13 Un coche parte del reposo, con una aceleración positiva de 4 m/s^2 , desde la posición $S = 100 \text{ m}$. Calcula: a) Ecuaciones de movimiento; b) Posición y velocidad a los 10 segundos; c) Espacio recorrido de 0 a 10 segundos.

Ejercicio 14 La figura representa la situación inicial de un automóvil.



Calcula: a) Ecuaciones de movimiento; b) El tiempo que tarda en detenerse y su posición.

Ejercicio 15 Un coche marcha a 40 Km/h mientras que atraviesa un pueblo. Al salir de él, el conductor acelera hasta que su cuentakilómetros marca 80 Km/h , lo cual ocurre en 25 segundos. a) Calcula la aceleración en esos 25 segundos; b) ¿Cuál será el espacio recorrido en este tiempo?

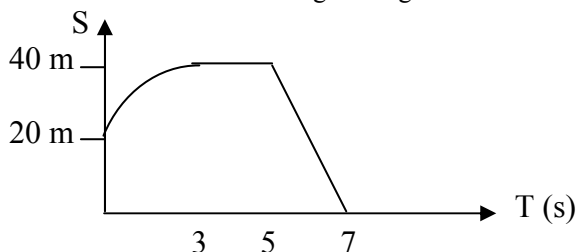
Ejercicio 16 Un coche corre con una rapidez de 24 m/s . Frena y logra detenerse en 6 segundos. ¿Cuál es su aceleración?

Ejercicio 17 Dos coches están separados, inicialmente, 700 metros. El primero parte del reposo con una aceleración positiva de 4 m/s^2 y el segundo tiene una velocidad positiva constante de 60 m/s . Calcula: a) Ecuaciones de movimiento de los dos coches; b) El tiempo que tardan en encontrarse, posición y velocidad.


Ejercicio 18 La velocidad de un coche que viaja por una carretera se reduce uniformemente desde 72 Km/h hasta 54 Km/h , en una distancia de 100 m .

- a) ¿Cuánto tiempo ha empleado el coche en esa disminución de la velocidad?
b) Suponiendo que el coche sigue frenando, ¿cuánto tiempo tardará en pararse y qué distancia total habrá recorrido?

Ejercicio 19 Un coche tiene la siguiente gráfica S – T. Dibuja las gráficas V – T y A – T correspondientes.



Ejercicio 20 Un primer coche parte del reposo, con una aceleración positiva de 20 m/s^2 , desde el origen. Otro coche sale, 5 segundos más tarde, de la posición $S = 400 \text{ m}$ con una velocidad positiva constante de 200 m/s . Calcula: a) Ecuaciones de movimiento; b) El tiempo que tardan en encontrarse los dos coches

	FÍSICA Y QUÍMICA 4º ESO Apuntes: Descripción de los movimientos	17(19)
	Autor: Manuel Díaz Escalera (http://www.fgdiazescalera.com) Colegio Sagrado Corazón, Sevilla (España)	

La caída libre y el lanzamiento vertical

Ejercicio 21 Se deja caer un objeto desde una cierta altura, tardando 10 segundos en llegar al suelo. Calcula la altura desde la que se dejó caer y la velocidad con que llega al suelo.

Ejercicio 22 Se suelta un objeto desde una altura de 100 metros. Calcula: a) Ecuaciones de movimiento. b) La posición para $t = 1, 2, 3$ y 4 segundos; c) El tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad.

Ejercicio 23 Se deja caer un objeto desde una cierta altura, tardando 10 segundos en llegar al suelo. Calcula: a) La altura desde la que se dejó caer y la velocidad con que llega al suelo; b) Posición y velocidad transcurridos 1, 2, 3, 4 y 5 segundos.

Ejercicio 24 Se suelta un objeto desde una altura de 50 metros. Calcula: a) Ecuaciones de movimiento; b) El tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad.

Ejercicio 25 Una pelota es arrojada verticalmente hacia arriba desde una altura de 10 m con una velocidad de 5 m/s. Calcula: a) La altura máxima alcanzada; b) El tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad de la pelota.

Ejercicio 26 Se deja caer una piedra desde una altura de 100 m. Simultáneamente, otra piedra es arrojada verticalmente hacia arriba desde el suelo con una velocidad inicial de 20 m/s. Calcula: a) Ecuaciones de movimiento; b) El tiempo que tardan en encontrarse y su velocidad.

Movimiento circular

Ejercicio 27 Un objeto tiene un movimiento circular uniforme de 4 metros de radio y una frecuencia de 0'25 Hz. Suponiendo que en el instante inicial el ángulo vale 3π . a) Escribe la ecuación del movimiento; b) Expresa la velocidad angular en rps y rpm; b) Calcula la velocidad y la aceleración del objeto; c) Calcula el espacio recorrido en 4 segundos.

Ejercicio 28 Un objeto tiene un movimiento circular uniforme de 0'5 metros de radio y una frecuencia de 0'5 Hz. Suponiendo que en el instante inicial el ángulo vale $\pi/4$. a) Escribe la ecuación del movimiento; b) Expresa la velocidad angular en rps y rpm; b) Calcula la velocidad y la aceleración del objeto; c) Calcula el espacio recorrido en 20 segundos.

Ejercicio 29 Un ciclista da vueltas en un velódromo circular de 80 m de radio con una velocidad constante de 30 km/h. Calcula: a) La velocidad angular en rad/s, rps y rpm; b) La aceleración centrípeta que actúa sobre la bicicleta; c) El espacio recorrido en 20 minutos.

Ejercicio 30 Dos niños están montados en un tiovivo a 3 y 4 metros de distancia del centro. El tiovivo va dando vueltas a 12 rpm. a) ¿Qué velocidad angular lleva cada uno de los niños?; b) ¿Qué velocidad lineal lleva cada uno de los niños?; c) ¿Qué aceleración lleva cada uno de los niños?

Ejercicio 31 La Luna se mueve a 384000 Km de la Tierra y tarda 27'32 días en dar una vuelta completa. a) La frecuencia de la Luna; b) La velocidad lineal de la Luna; c) El espacio recorrido en una hora.

Ejercicio 32 La Tierra se mueve a 149 millones de Km del Sol a) El período de la Tierra; b) La velocidad lineal en Km/h; c) El espacio recorrido en un minuto.

Ejercicio 33 La ecuación de un movimiento circular de 8 metros de radio es: $\alpha = \pi + \pi t/4$
a) Calcula el ángulo a los 2 segundos; b) Calcula la velocidad lineal; c) Calcula la aceleración.

Ejercicio 34 La ecuación de un movimiento circular de 6 metros de radio es: $\alpha = 3\pi + \pi t/2$
a) Calcula el ángulo a los 2 segundos; b) Calcula la velocidad lineal; c) Calcula la aceleración.

Ejercicio 35 La ecuación de un movimiento circular de 25 cm de radio es: $\alpha = \pi/3 + 2\pi t$

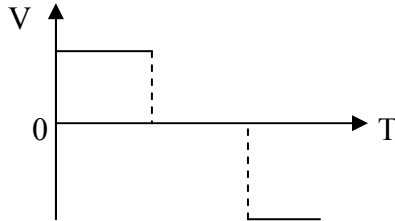


a) Calcula la frecuencia del movimiento; b) Calcula la velocidad lineal; c) Calcula la aceleración.

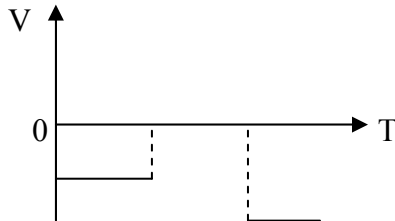
Soluciones de los ejercicios para trabajar en casa:

Ejercicio 1 a) $S(t) = 100 - 12t$; b) $S(4'5 \text{ s}) = 46 \text{ m}$; $V = 12 \text{ m/s}$; c) $t = 10 \text{ s}$; **Ejercicio 2** a) $S(t) = -20 + 4'5t$; b) $s = 34 \text{ m}$; c) $e = 22'5 \text{ m}$; d) $\Delta S = 9 \text{ m}$; **Ejercicio 3** $S = -30 + 1'5t$; 28 segundos

Ejercicio 4

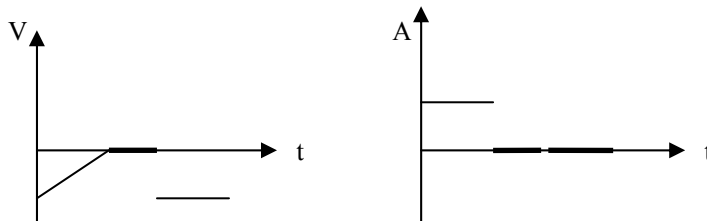


Ejercicio 5



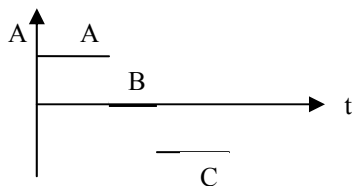
Ejercicio 6 a) $S(t) = 200 + 40t$; b) $S = 440 \text{ m}$; $v = 40 \text{ m/s}$; c) $e = 240 \text{ m}$; **Ejercicio 7** a) 16 segundos; b) 6 segundos; **Ejercicio 8** a) $S_1(t) = 20 + 80t$; $S_2(t) = 50 + 40t$; b) $t = 45 \text{ mt}$; c) $t = 1 \text{ h}$ y 45 mt ; **Ejercicio 9** a) $S = 12 - 0'25t$; b) $S = 9 \text{ m}$; c) $\Delta S = -10 \text{ m}$; $e = 10 \text{ m}$; **Ejercicio 10** $0'14 \text{ m/s}^2$;

Ejercicio 11



b) $e_A = 20 \text{ m}$; $e_B = 0$; $e_C = 25 \text{ m}$; $V_A = 1,7 \text{ m/s}$; $V_B = 0$; $V_C = 2,5 \text{ m/s}$; $\Delta S_A = -20 \text{ m}$; $\Delta S_B = 0$; $\Delta S_C = -25 \text{ m}$

Ejercicio 12 b) $A_A = 5 \text{ m/s}^2$; $A_B = 0$; $A_C = -20 \text{ m/s}^2$



Ejercicio 13 a) $S(t) = 100 + 2t^2$; $V(t) = 4t$; b) $S = 300 \text{ m}$; $V = 40 \text{ m/s}$; c) $e = 200 \text{ m}$; **Ejercicio 14** a) $S = 100 + 20t - 2t^2$; $V = 20 - 4t$; b) 5 s ; 150 m ; **Ejercicio 15** a) $0,44 \text{ m/s}^2$; b) 415 m ; **Ejercicio 16** -4 m/s^2 ;



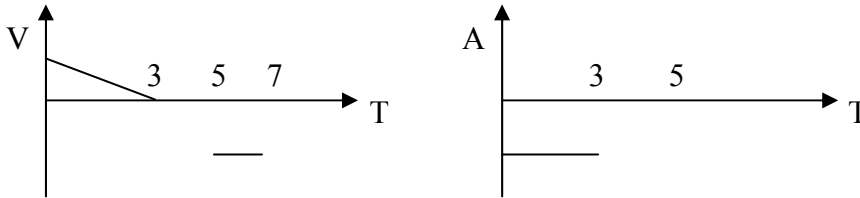
FÍSICA Y QUÍMICA 4º ESO
Apuntes: Descripción de los movimientos

19(19)

Autor: Manuel Díaz Escalera (<http://www.fgdiazescalera.com>)
Colegio Sagrado Corazón, Sevilla (España)

Ejercicio 17 a) $S_1 = 2t^2$; $V_1 = 4t$; $S_2 = 700 + 60t$; b) $t = 38,9$ s; $S = 3039$ m y $V_1 = 156$ m/s; **Ejercicio 18**
a) $t = 5'71$ s; b) $t = 22'9$ s; e) $= 229,9$ m;

Ejercicio 19



Ejercicio 20 a) $S_1 = 10t^2$; $V_1 = 20t$; $S_2 = 400 + 200(t-5)$; $V_2 = 200$ m/s; b) $t = 16'3$ s; **Ejercicio 21** h = 500 m; $V = -100$ m/s; **Ejercicio 22** a) $S(t) = 100 - 5t^2$; $V(t) = -10t$; b) 95, 80, 55 y 20 m; c) $t = 4'5$ s; $V = -44'7$ m/s; **Ejercicio 23** a) 500 m, -100 m/s; b) $S = 495, 480, 455, 420$ y 375 m; $V = -10, -20, -30, -40$ y -50 m/s; **Ejercicio 24** a) $S(t) = 50 - 5t^2$; $V(t) = -10t$; b) 3'2 s, -32 m/s; **Ejercicio 25** a) h = 11'25 m; b) $t = 2$ s; $V = -15$ m/s; **Ejercicio 26** a) $S_1 = 100 - 5t^2$; $V_1 = -10t$; $S_2 = 20t - 5t^2$; $V_2 = 20 - 10t$; b) $t = 5$ s; $V_1 = -50$ m/s; $V_2 = -30$ m/s; **Ejercicio 27** a) $\alpha = 3\pi + \pi/2$ t; b) 0'25 rps y 15 rpm; c) $v = 2\pi$ m/s y $a = \pi^2$ m/s²; d) e = 8π m; **Ejercicio 28** a) $\alpha = \pi/4 + \pi t$; b) 0'5 rps y 30 rpm; c) $v = \pi/2$ m/s y $a = \pi^2/2$ m/s²; d) e = 10π m; **Ejercicio 29** a) 0'104 rad/s, 0'016 rps y 1 rpm; b) 0'87 m/s²; c) 9996 m; **Ejercicio 30** a) $\omega = 1'25$ rad/s; b) $V = 3'75$ m/s y $V = 5$ m/s; c) $a = 4'69$ m/s² y $a = 6'25$ m/s²; **Ejercicio 31** a) $f = 4'24 \cdot 10^{-7}$ Hz; b) $v = 1022'15$ m/s; c) e = 3680 km; **Ejercicio 32** a) Un año; b) $v = 106871'5$ km/h; c) 1781'2 Km; **Ejercicio 33** a) $\alpha = 3\pi/2$; b) $v = 6'28$ m/s; c) $a = 4'9$ m/s²; **Ejercicio 34** a) $\alpha = 4\pi$; b) $v = 9'42$ m/s; c) $a = 14'8$ m/s²; **Ejercicio 35** f = 1 Hz; b) $v = 1'57$ m/s; c) $a = 9'87$ m/s²